الجدل القائم حول تعريف القدرة في الدوائر الكهربائية (غير الخطية – غير الجيبية – غير المتماثلة)
الجزء الأول : المركبات المتعامدة

منصور سالم حشاد[1]

المعهد العالي للتقنيات الهندسية السبعة

طرابلس – ليبيا

ms_hashad@hotmail.com

المستخلص

بعد ظهور وانتشار أجهزة القدرة الإلكترونية خصوصاً والدوائر غير الخطية عموماً أصبحت هناك حاجة ملحة لإعادة تعريف القدرة غير الفعالة والقدرة الظاهرية في الدوائر الكهربائية. التعريفات الكلاسيكية التي كانت تصلح للدوائر الخطية أحادية الطور (أو ثلاثية الطور المتماثلة) بموجات جهد وتيار جيبية أصبحت تبتعد كثيراً عن الدقة بشكل غير مقبول. في يومنا هذا يوجد جدل كبير ومتفاقم حول التعريف الأصوب للقدرة. في هذه الورقة تم تسليط الضوء على مساحة مختارة من معضلة تعريف القدرة ألا وهو التعريف في النطاق الزمني بواسطة المركبات المتعامدة. فعلياً باستعمال عملية غرام-شميت الرياضياتية تم تحليل واستنباط المركبات المتعامدة، لبعض النظريات وإثبات العلاقات بينها. أيضاً تم تقديم تحليل نقدي للقدرة على دائرة كهربائية مختارة لتوضيح بعض الظواهر اللافيزيائية.

ABSTRACT

Nowadays the power electronics devices are utilized on a large scale; in general the nonlinear circuits are used everywhere. This fact makes an urgent need to redefine non-active and apparent power in electrical circuits. The classical definitions that were suitable for single-phase (or symmetrical three-phase) linear circuits with sinusoidal waves for voltage and current have become unacceptably far from accuracy. Now there is a great and growing international debate about the proper definition of non-active electrical power. In this paper, a selected issues of power definition have

[1] د. منصور سالم حشاد: عضو هيئة تدريس بقسم الهندسة الكهربائية (استاذ مشارك)، المعهد العالي للتقنيات الهندسية السبعة، طرابلس – ليبيا.

been highlighted, namely the definition in the time domain using a controversial orthogonal components. With help of Gram-Schmidt orthogonalization process a mathematical analysis has been done to prove some mutual relations. A circuit critical analysis has been done as well to illustrate some of the nonphysical phenomena.

الكلمات الدلالية: القدرة الكهربائية، الظاهرية، الفعّالة، الردية

Keywords: Power Theory, Apparent, Active, Reactive

1. المقدمة

يردد بعض البحاث دعابة مفادها أن أكبر عدد طبيعي مكتشف في الحياة العملية هو عدد الورقات البحثية التي تمت كتابتها حول تعريف القدرة غير الفعالة في الدوائر الكهربائية. بشكل كوميدي يعكس هذا حقيقة عمق الجدل الدائر اليوم حول تعريف القدرة الكهربائية. كل سنة هناك المئات من الورقات البحثية التي تقدم مقترحات جديدة أو تنتقد مقترحات سابقة. أصدرت مجلة أيتربل أي IEEE في سنة 2002 نمطاً جديداً يحتوي على تعريفات للقدرة الكهربائية [1]، ثم في سنة 2010 أصدر له تعديلات كنتيجة لما يحدث من نقاشات على أعلى مستوى في المحافل العلمية، ومع هذا لم يحسم الموضوع بعد حتى على أدنى حد. مصطلح "نظرية القدرة" يستعمل للإشارة إلى هذه المقترحات فمثلاً هناك نظرية القدرة لبودان [2]، ونظرية القدرة لفريزيه [3]، وهكذا. بعض منها مُعرف في النطاق الزمني مثل [3 - 9] وأخرى في النطاق الترددي [2 ،10] وفي بعضها يُقدم الجانب التطبيقي أيضاً كترشيح التوافقيات العليا باستخدام المرشحات الفعالة وتحسين معامل القدرة عموماً [4، 11 - 13] وهذه مجرد أمثلة فقط وليست مجالاً للحصر.

من الناحية الأخرى، عند سؤال مهندس حديث التخرج (ليس عندنا فقط بل حتى في الدول التي تسبقنا في هذا المجال) حول ما يعرفه عن تعريفات القدرة الكهربائية فإنه سيردد بسرعة وبثقة ما تعلمه خلال دراسته السابقة من تعريفات لم تعد حقيقية إلا لبعض الحالات الخاصة. هذا التضارب يعكس حجم الفجوة الموجودة حالياً حتى على المستوى الأكاديمي وليس فقط على المستوى البحثي.

من هذا المنطلق فقد تم وضع ثلاث أهداف رئيسة لهذه الورقة البحثية؛ الأول هو تقديم الموضوع إلى القاريء العربي غير المتابع بشكل مختصر يُمكنه بشكل سلس من الانضمام إلى قائمة المهتمين بهذا الموضوع الأساسي في العلوم الكهربائية، كبديل عن البدء بقراءة "أطنان" من المؤلفات حول الموضوع التي في غالبها انتقادات متبادلة مما قد يُصعب الأمر في البداية. الهدف الثاني وهو يخص هذا الجزء تحديداً؛ هو عملية التأصيل الرياضياتي كمنهجية بحثية عوضاً عن طريقة الفروض والمقترحات، وما ينجم عنه مباشرة هو؛

ربط الاقتراحات المختلفة التي يقدمها البحاث لمعرفة مناطق التضارب والتقارب. في هذه الورقة تم ربط ومقارنة مقترح فريزيه وإلوفيتشي و كوسترس-موور من جانب الاستنباط الرياضياتي وهذه سابقة لكاتب هذه الورقة البحثية. أما الهدف الثالث فهو تقديم دراسة نقدية لمجموعة مختارة من هذه النظريات. نظراً لكبر حجم الموضوع قيد الدراسة فقد تم تقسيمه إلى ورقات بحثية منفصلة تخدم قضية واحدة والمتمثلة في الأهداف المذكورة آنفاً.

2. التعريفات الغير جدلية في نظريات القدرة الكهربائية إلى الآن

- القدرة اللحظية تعتبر من القيم الأساسية والتي عليها توافق عام لجميع الحالات بدون استثناء:

$$p = v \,.\, i \tag{1}$$

حيث p هي القدرة اللحظية، و v هي القيمة اللحظية لموجة الجهد الكهربائي، و i هو القيمة اللحظية لموجة التيار الكهربائي.

- القدرة الفعالة كمتوسط قيمة القدرة اللحظية للفترة لجميع الحالات بدون إستثناء:

$$P = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} p.dt \tag{2}$$

- القدرة الردية Q والظاهرية S للدوائر الخطية أحادية الطور ذات الموجات الجيبية، أو ثلاثية الطور المتماثلة (والتي في الحقيقة يمكن معاملتها كدوائر أحادية الطور).

3. تجزيء موجة (إشارة) زمنية إلى مجموعة موجات متعامدة

في العديد من الأبحاث العلمية لتحليل القدرة الغير فعالة في الدوائر الكهربائية ذات الموجات الغير جيبية المتكررة بفترة زمنية (وسنفترض من الآن أن كل الموجات المذكورة لاحقاً هي متكررة بفترة ما لم يتم ذِكر عكس ذلك)؛ يتم التحليل بواسطة تجزيء موجة التيار –أو الجهد- إلى مركبات متعامدة؛ حيث يلعب هذا التجزيء دوراً مهماً في هذه التحليلات. للأسف –في أغلب الأحيان- يتم هذا عن طريق الفرض والمسلمات. طريقة تجزيء الدوال إلى مجموعة دوال متعامدة معروفة جيداً من التحليل الرياضياتي؛ وهذا الإجراء يسمى بعملية غرام-شميت للتحوير العمودي. طريقة التجزيء تعتمد على إيجاد عدد حر من المركبات المتعامدة؛ بحيث يكون مجموع هذه المركبات هو الموجة الكلية. ونظراً للدور المهم الذي تلعبه هذه

العملية في تحليل مركبات موجات الجهد والتيار في أنظمة القدرة عليه سيتم تفصيلها في هذه النقطة حتى تكون مرجعاً وتأصيلاً لما بعدها. يمكن تقسيم المنحنيات اللحظية الى مركبات متعامدة حسب مراجع مختلفة، محدودة أو غير محدودة، أحد الأمثلة المشهورة جداً بين المهندسين الكهربائيين هو متسلسلة فوريه؛ فهي عبارة عن مركبات جيبية متعامدة فيما بينها. ما يهمنا في هذا الجزء من الورقة البحثية ليس التحليل في النطاق الطيفي بل التحليل حسب موجات مرجعية كموجة الجهد أو تفاضله أو التيار أو مربع القدرة اللحظية وهكذا.

بغرض التوصيف الرياضي سنستعمل الترميزات الآتية:

- بالأحرف الصغيرة سنرمز للمتغيرات اللحظية :

$$x = x(t), \quad \hat{x} = \frac{dx}{dt}$$

- وللقيمة المتوسطة خلال الفترة:

$$\bar{X} = \frac{1}{T}\int_{\tau}^{T+\tau} x\,dx = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} x\,dx$$

- الضرب القياسي لموجتين لحظيتين خلال الفترة:

$$\langle \mathrm{x}|\mathrm{y}\rangle = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_{\tau}^{\tau+T} xy\,dt$$

- كل موجتين – غير صفريتين- ناتج ضربهما القياسي يساوي صفراً، هما موجتان متعامدتان ونكتب شرط التعامد على النحو الآتي:

$$\langle x|y\rangle = 0$$

- لترميز القياس للقيمة الفعالة لأي موجة لحظية ولموجة تفاضل الموجة:

$$X = \|x\| = \sqrt{\langle x|x\rangle}\,, \quad \hat{X} = \|\hat{x}\| = \sqrt{\langle \hat{x}|\hat{x}\rangle}$$

- وللقيمة الفعالة لموجة التيار والجهد وكذلك للقيمة الفعالة لتفاضل هذه الموجات:

$$I = \|i\|\,, \quad V = \|v\|\,, \quad \hat{I} = \|\hat{\imath}\|\,, \quad \hat{V} = \|\hat{v}\|$$

لتكن كل الموجات اللحظية قيد الدراسة هي موجات دورية متكررة بفترة زمنية T تمتلك تكامل مربع القيمة اللحظية للفترة المعطاة أي أنها $\in L_T^2$ وعبارة عن عناصر من فضاء هلبرت.

لنفرض أنه لدينا مجموعة موجات $\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2 \ \ldots \ \mathrm{x}_n$ لا يوجد فيما بينها اعتمادية خطية (الإعتمادية الخطية في الدوائر الكهربائية توجد مثلاُ بين موجة الجهد والتيار المار عبر المقاومة وهاتان الموجتان لا يمكن تقسيم أحدهما الى مركبات متعامدة بالنسبة للأخرى)؛ عليه يمكن تقسيم هذه الموجات الى مجموعة الموجات المتعامدة فيما بينها $\mathrm{f}_1, \mathrm{f}_2 \ \ldots \ \mathrm{f}_n$ ومُعطاة بالمجموعة الآتية:

$$\boldsymbol{f_1} = \boldsymbol{x_1} ,$$
$$f_2 = \lambda_{21} . f_1 + x_2 ,$$
$$\boldsymbol{f_3} = \boldsymbol{\lambda_{31}} .\boldsymbol{f_1} + \boldsymbol{\lambda_{32}} .\boldsymbol{f_2} + \boldsymbol{x_3} ,$$
$$\boldsymbol{f_n} = \boldsymbol{\lambda_{n1}} .\boldsymbol{f_1} + \boldsymbol{\lambda_{n2}} .\boldsymbol{f_2} + \ldots + \boldsymbol{\lambda_{n(n-1)}} \cdot \boldsymbol{f_{n-1}} + \boldsymbol{x_n} \tag{3}$$

حيث تحسب المعاملات:

$$\lambda_{ik} = -\frac{(x_i|f_k)}{(f_k|f_k)} \ , \quad \lambda_{ik} \in R \quad (i > k \ \geq 1) \tag{4}$$

3. تجزيء منحنى التيار إلى مركبات (منحنيات) متعامدة نسبةً إلى الجهد

لنفرض أنه لدينا دائرة كهربائية ذات طرفين؛ معلوم فرق الجهد على طرفيها $\boldsymbol{v}$ وكذلك التيار $\boldsymbol{i}$. لتكن المسألة هي تقسيم التيار إلى موجتين؛ الأولى تتغير بشكل متطابق مع الجهد (أي لها نفس شكل الموجة الجهدية) والأخرى تكون متعامدة مع الأولى (وبالتالي متعامدة أيضاً مع الجهد). سنسمي الأولى المركبة الفعالة $\boldsymbol{i_a}$ والثانية بالمركبة الغير فعالة $\boldsymbol{i_{na}}$ وعليه:

$$i = i_a + i_{na} \tag{5}$$

والمطلـــوب هـــو إيجـــاد صـــيغة هـــاتين المُـــركبتين. نلاحـــظ مـــن المعادلـــة (5) أنـــه بإيجـــاد المركبـــة الفعالـــة فإننـــا نتحصـــل علـــى البـــاقي فـــوراً (كفـــرق بـــين موجـــة التيـــار الكلـــي وموجـــة القيمـــة الفعالة للتيار) وعليه فالمطلوب فعلياً هو تعيين المركبة الفعالة؛ وبتطبيق (3، 4) :

$$f_1 = x_1 = v \ , \ x_2 = i$$
$$\lambda_{21} = -\frac{\langle i|v\rangle}{\langle v|v\rangle} = -\frac{P}{V^2}$$

وبهذا تكون المركبة الفعالة لموجة التيار هي:

$$i_a = -\lambda_{21}.f_1 = \frac{P}{V^2}\ v \qquad (6)$$

قيمة $\|i_a\|$ – أي I_a - هي أقل قيمة فعالة لأي منحنى ممكن نظرياً أن تعطي نفس القدرة الفعالة P التي يولدها التيار الكلي مع الجهد، وفي هذه الحالة فإن معامل القدرة المُعرف كنسبة القدرة الفعالة للقدرة الظاهرية يساوي الواحد تماماً. تماثل شكل موجة التيار وشكل موجة الجهد يكون شرط أساسياً لمساواة معامل القدرة بالواحد؛ ما نكتبه على الصيغة الآتية:

$$P = S \iff \Lambda_{i,v\neq 0}\frac{v}{i} = const \qquad (7)$$

أما المركبة الغير فعالة لموجة التيار فهي حاصل الفرق:

$$i_{na} = i - i_a \qquad (8)$$

وإثبات العلاقة (7) رياضياً [15] يمكن بالشكل الآتي؛ بما أن المركبتين متعامدتين عليه يكون مجموعة مربعهما مساوياً لمربع التيار الكلي:

$$I^2 = I_a^2 + I_{na}^2 \qquad (9)$$

وبالتالي:

$$(S^2 = P^2) \Leftrightarrow (I_{na}^2 = 0) \Leftrightarrow \left(\int_0^T i_{na}^2\,dt = 0\right)$$

وبما أن الدالة تحت التكامل هي تربيع للقيمة اللحظية عليه لا يمكن أن تكون نتيجة التكامل صفراً إلا إذا كانت القيمة اللحظية للمركبة غير الفعالة للتيار تساوي صفر في أي لحظة؛ مما يعني أن التيار الكلي مساو للمركبة الفعالة وهذا ينهي البرهان.

من الناحية العملية هذا له معنى مهم؛ فمثلاً إذا كانت موجة الجهد تحتوي على توافقيات عليا فإن تحسين معامل القدرة سيتضارب مع ترشيح توافقيات التيار، والعكس صحيح.

بضرب طرفي المعادلة (9) في مربع القيمة الفعالة للجهد فإننا نتحصل على معادلة القدرة:

$$I^2.V^2 = I_a^2.V^2 + I_{na}^2.V^2$$

$$S^2 = P^2 + Q_F^2 \quad (10)$$

حيث S هي القدرة الظاهرية و P القدرة الفعالة و Q_F القدرة الغير فعالة. وهذه الأخيرة بالمفهوم العام يجب فهمها بأن كل ما ليس فعالاً هو غير فعال، والقدرة الردية مشمولة في القدرة الغير الفعالة. ومن هذه اللحظة سنميز بين مصطلح القدرة الردية والقدرة غير الفعالة حيث الأولى مرتبطة بوجود طاقة كامنة في المجال الكهربائي للمكثف أو المجال المغناطيسي للملف بينما الثانية هي "فكرة تخيلية أو حسابية" تعكس تشوه (انحراف) شكل موجة التيار بالنسبة لشكل موجة الجهد، وليس بالضرورة أن يكون لها معنى فيزيائي. ربما يجب التنويه هنا إلى أن كل النظريات التي تعتمد على المركبات المتعامدة –في الحقيقة- هي تقسم القدرة الغير فعالة –بمفهوم فريزيه- إلى مركبات متعامدة؛ بكلمات أخرى يتم تقسيم المركبة الغير فعالة لموجة التيار الى مركبات متعامدة، وقد تمت الإشارة في بداية النقطة السابقة أن تجزيء التيار إلى مركبات متعامدة يمكن أن يكون حراً وبأي عدد؛ عليه فأحد الأسباب (وليس الوحيد) للجدل القائم حول التعريف الصحيح للقدرة الكهربائية هو اختيار مرجعية مختلفة للتجزيء في كل حالة و بشكل افتراضي ثم البحث عن مفاهيم فيزيائية قد تصدق في أحيان (وهذا ما يراه صاحب النظرية) وقد تكذب في أخرى (وهذا ما يراه الناقد). وبسبب هذه "المزاجية" كان هذا هو الهدف الحقيقي من توضيح عملية التجزيء كعملية منهجية في هذه الورقة. وبالرجوع إلى مجموعة الدوال المتعامدة (3) نجد أن هذه المركبة (أي المركبة الغير فعالة للتيار) هي الدالة f_2 بينما الجهد هو الدالة f_1 وهما متعامدتان؛ أي أن:

$$\langle i_{na} | v \rangle = 0 \quad (11)$$

في سنة 1931 كان أول من قام بتقسيم التيار إلى مركبتين؛ فعالة وغير فعالة هو فريزيه [3] وكان هذا في سياق انتقاده لتعريف القدرة حسب بودان [3، 11]. تعريف بودان للقدرة [2] الذي نشره في سنة 1927 كان يعتمد على تحليل موجة التيار والجهد في متسلسلة فورييه. نقد فريزيه تعريف بودان لسببين رئيسيين؛ أولهما عدم إمكانية تعيين القدرة الردية لبودان عملياً بحسب الأجهزة المتوفرة وقتها، والسبب الثاني علل بأن القدرة الكهربائية من القيم المهمة والتي لا يجب تعيينها بطريقة غير مباشرة. ما يجب التنبيه إليه أنه ومنذ نشره –أي تعريف بودان- إلى نهاية الثمانينات من القرن المنصرم وبالتحديد 1987

كان يعتبر التعريف السليم، وأول من فنده بشكل بيّن هو تشارنيتسكي [16] حيث بيّن أخطاء في المفاهيم الفيزيائية وبأنها ليست قدرة ردية كما هو معتقد ولكنها قدرة غير فعالة. قدم تشارنيتسكي العديد من الإنتقادات من بينها لنظرية آكاجي [4] والتي تحظى بشعبية كبيرة بين مصممي المرشحات الفعالة، تشارنيتسكي نشر نقده في عدة ورقات بحثية [17]. نظرية بودان يقع تعريفها في النطاق الترددي وليس في النطاق الزمني (باستثناء ما قدمه نوفومييسكي باستخدام تحوير هلبرت [18] بدايةً في سنة 1981 لتعيين قدرة بودان في النطاق الزمني)، لهذا مناقشتها تخرج عن سياق هذا الجزء من هذه الورقة.

4. تجزيء منحنى الجهد إلى مركبات (منحنيات) متعامدة نسبةً للتيار

كما في النقطة السابقة ولكن هنا سنجزأ موجة الجهد نسبةً للتيار. لتكن المسألة الآن تقسيم الجهد إلى موجتين؛ الأولى تتغير بشكل متطابق مع التيار، والأخرى تكون متعامدة مع الأولى. سنسمي الأولى المركبة الفعالة $\boldsymbol{v_a}$ والثانية بالمركبة الغير فعالة $\boldsymbol{v_{na}}$ وعليه:

$$v = v_a + v_{na} \quad (12)$$

وبتطبيق (3، 4) :

$$\boldsymbol{f_1 = x_1 = i \ , \ x_2 = v}$$
$$\lambda_{21} = -\frac{\langle i|v\rangle}{\langle i|i\rangle} = -\frac{P}{I^2}$$

وبهذا تكون المركبة الفعالة لموجة الجهد هي:

$$v_a = -\lambda_{21}.f_1 = \frac{P}{I^2}\, i \quad (13)$$

وبالمثل فإن قيمة $\|v_a\|$ – أي $\boldsymbol{V_a}$ – هي أقل قيمة فعالة لأي منحنى ممكن نظرياً يمكن أن تعطي نفس القدرة الفعالة $\boldsymbol{P}$ التي يولدها الجهد الكلي مع التيار، وفي هذه الحالة معامل القدرة المُعرف كنسبة القدرة الفعالة للقدرة الظاهرية أيضاً يساوي الواحد تماماً. أما المركبة الغير فعالة لموجة الجهد فهي حاصل الفرق:

$$v_{na} = v - v_a \quad (14)$$

ونتيجة للتعامد؛ عليه يكون حقيقياً:

$$V^2 = V_a^2 + V_{na}^2$$

وبضرب طرفي المعادلة في مربع القيمة الفعالة للتيار فإننا نتحصل على معادلة القدرة:

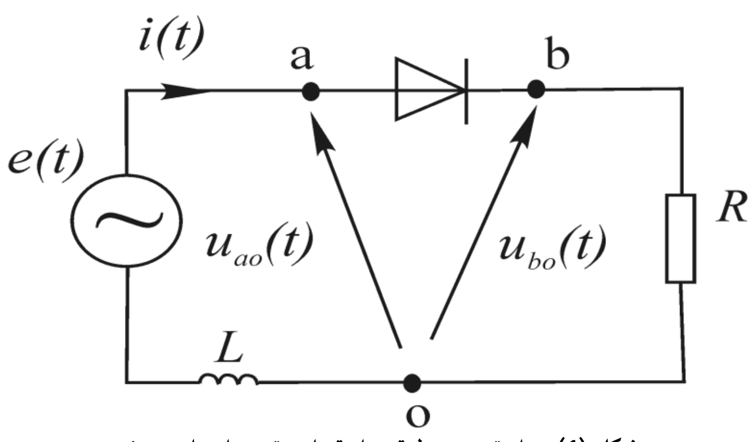
$$V^2.I^2 = V_a^2.I^2 + V_{na}^2.I^2$$

$$S^2 = P^2 + Q_F^2$$

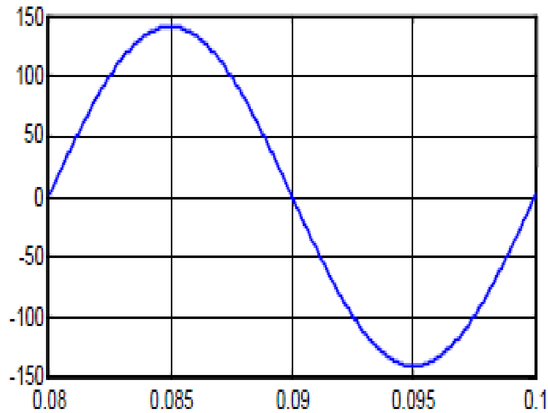
نلاحظ أنه تحصلنا على نفس معادلة القدرة في الحالتين [10]؛ سواء بتجزيء التيار نسبةً للجهد أو العكس [8، 14]، لكن لا يعني هذا أن هذه هي فيزياء الحدث!. لتوضيح ذلك، ولعله يعطي أيضاً مؤشراً لتوضيح مصدر الجدل القائم حول تعريف القدرة الغير فعالة، سنأخذ الدائرة الموضحة على الشكل رقم (1) وهي دائرة بسيطة بحلقة واحدة ومصدر جهدي واحد وقوته الدافعة الكهربائية هي موجة جيبية، بحمولة عبارة عن مقاومة وملف أي أن الدائرة تكون من أبسط الدوائر الكهربائية للتحليل وكل ما سنضيفه لها هو عنصر غير خطي عبار عن مقوم (دايود).

$$L = 0.03H, R = 10\Omega, e(t) = \sqrt{2}\,100\sin(100\,\pi\,t)$$

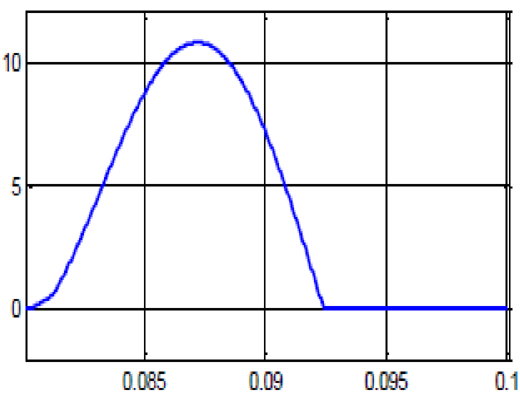
على الشكل (2) تم وضع التغير اللحظي للموجة الجيبية لمصدر التغذية خلال دورة واحدة، وعلى الشكل (3) موجة التيار الفعلي في الدائرة.



شكل (1) : دائرة غير خطية بحلقة واحدة بحمل مادي حثي.

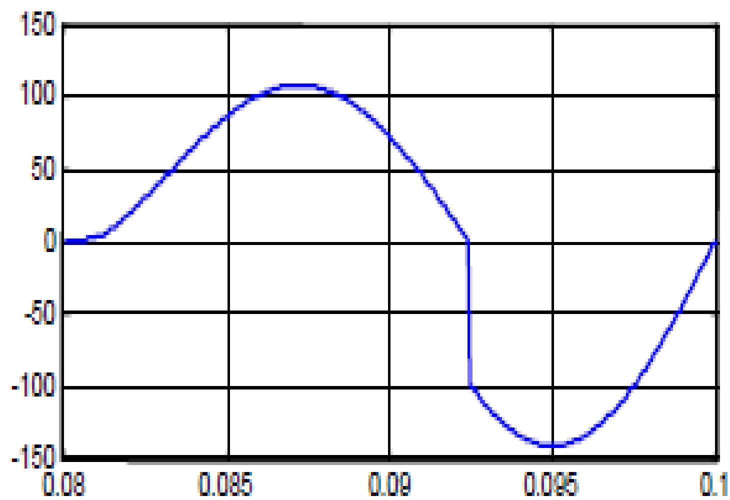


الشكل (2): موجة الجهد للمصدر.



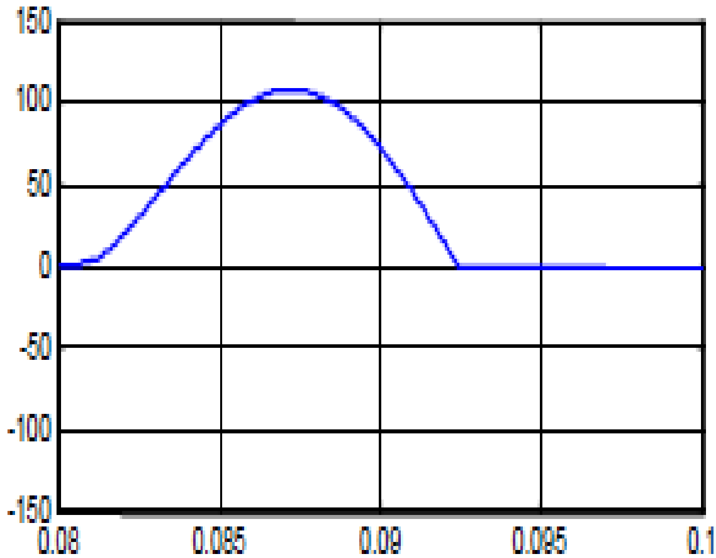
شكل (3) : موجة التيار.

يوضح الشكل (4) منحنى القيم اللحظية لموجة الجهد بين النقطتين (a-0) أي قبل الدايود؛ وهو فرق الجهدين على المصدر والملف. بينما الشكل (5) هو فرق الجهد على طرفي المقاومة وبالتالي فحسب قانون أوم هو يملك نفس الشكل للتيار. لدينا موجتان مرجعيتان يمكننا تجزئة التيار حسبهما، وهذا ما سنفعله؛ أي سنجزأ التيار حسب الجهد الأول (النقطة a) وحسب الثاني (النقطة b). يفترض أن النتائج أو على الأقل الاستنتاجات بخصوص التبادلات للطاقة، وبالتالي للقدرة، تكون واحدة، فالظواهر الفيزيائية لن تتغير بتغير المرجع (باعتبار المقوم مقوماً مثالياً فالغرض هنا توضيح الفكرة). بالنظر لأشكال الجهود المرجعية سنلاحظ أن أحدها لا يتغير بنفس الشكل للتيار وبالتالي فهو لا يعتمد اعتماداً خطياً؛ بينما الآخر فهو يتغير بنفس الشكل وبالتالي يعتمد إعتماداً خطياً.



شكل (4) : موجة فرق الجهد بين النقطتين v_{ao}.

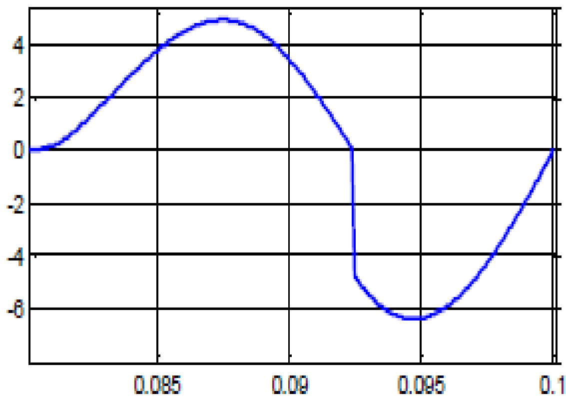
في هذه الحالة فمن الواضح حتى بدون إجراء حسابات بأن التيار سيتجزأ إلى مركبتين بالنسبة للمرجع الأول بينما لن تكون له مركبة غير فعالة بالنسبة للمرجع الثاني.



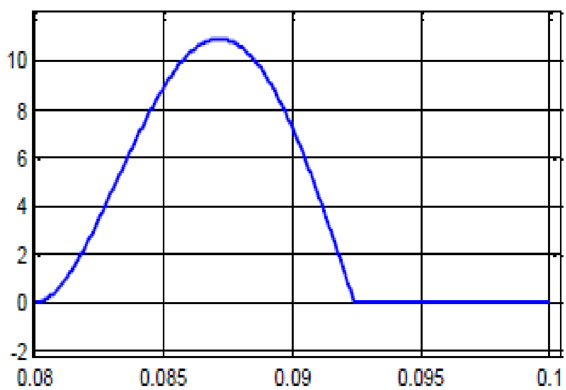
شكل (5) : موجة فرق الجهد بين النقطتين v_{bo}.

فعلياً على الشكل (6) تم وضع التغير اللحظي لموجة المركبة الفعالة للتيار مجزئة حسب المرجعية الأولى، ونلاحظ أنه له نفس الشكل (قارن بالشكل (4)). على الشكل (7) تم وضع منحنى القيم اللحظية للمركبة الفعالة للتيار مجزئة حسب المرجعية الثانية، ونلاحظ أنه يمتلك نفس شكل الموجة الجهدية على المقاومة. قارن مع الشكل (5).

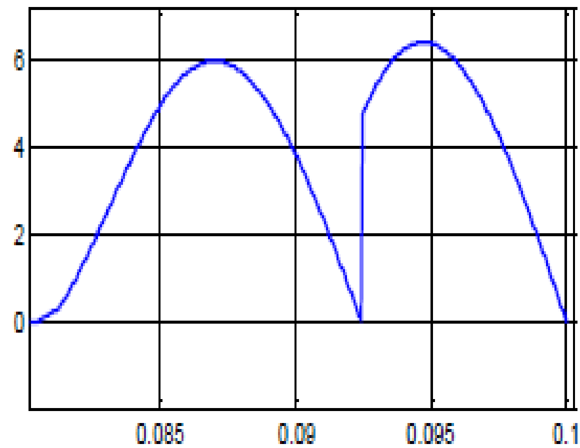
كما سبق ذِكره فإن المركبة الغير فعالة للتيار (هنا الحديث عن المركبة الفعالة لفريزيه) يمكن الحصول عليها من طرح قيمة المركبة الفعالة من التيار الكلي. الشكل (8) يوضح وجود مركبة غير فعالة للتيار؛ بينما الشكل (9) يخبرنا بأن هذه المركبة تساوي صفر طوال الدورة!. نفس الدائرة ونفس التيار؛ في حالة يملك مركبة غير فعالة وفي حالة لا. في الحالة الأولى لدينا قدرة غير فعالة ومعامل القدرة أصغر من واحد، بينما في الثانية لا توجد قدرة غير فعالة ومعامل القدرة يساوي واحد. إذاً لدينا تفاسير مختلفة ستختلف حسب "قناعة" الباحث وبكل تأكيد هي ليست فيزيائية.



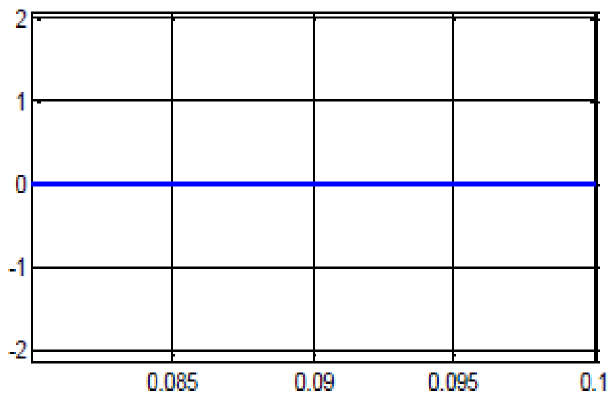
شكل (6) : موجة المركبة الفعالة مجزئة حسب الجهد كما بالشكل (4).



شكل (7) : موجة المركبة الفعالة مجزئة حسب الجهد كما بالشكل (5).

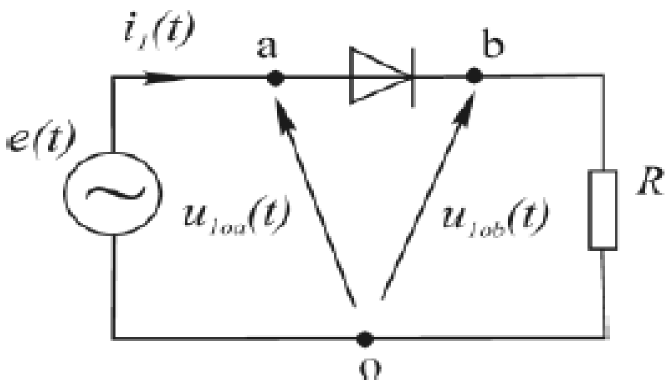


شكل (8) : موجة المركبة الغير الفعالة مجزئة حسب الجهد كما بالشكل (4).



شكل (9): موجة المركبة الفعالة مجزئة حسب الجهد كما بالشكل (5).

ربما قد يعتقد البعض أن وجود عنصر مخزن للطاقة له دور هنا، ولكن في الحقيقة لا دور له على الإطلاق فحتى لو أخذنا الدائرة الموضحة على الشكل (10) والتي هي عبارة عن حمل مادي فقط، والتي لا يوجد بها أي نوع من أنواع تبادل الطاقة إلا إلى الشكل الحراري –أي أنه مادي صرف- ومع هذا نجد ما يخبرنا بشيئين مختلفين!. هذا الاختلاف وما شابهه هو ما يقف في الحقيقة خلف الجدل القائم في تفسير النظريات المختلفة لوصف القدرة الغير فعالة في الدوائر الكهربائية.



شكل (10): دائرة كهربائية بدون عناصر تخزين للطاقة.

6. تجزيء مضاعف لمنحنى التيار حسب منحنى الجهد وتفاضل منحنى الجهد

كما تم ذِكره؛ يمكن تقسيم المنحنيات اللحظية إلى مركبات متعامدة حسب مراجع مختلفة. لنقم بتجزئة التيار مرة أخرى كما في النقطة 3 ولكن هذه المرة حسب مرجعين الأول حسب الجهد والمرجع الثاني حسب تفاضل الجهد؛ بحيث:

$$f_1 = x_1 = v\,,\quad x_2 = \hat{v}\,,\quad x_3 = i$$

لنفرض هنا أن الضرب القياسي لموجة الجهد ولموجة تفاضل الجهد يساوي الصفر، أي أن الموجتين متعامدتان. ما نكتبه على الشكل:

$$\langle \hat{v} | v \rangle = 0 \;\rightarrow\; \lambda_{21} = 0$$

الفـــرض تـــم عملـــه لســـببين: أولهمـــا لكـــي نصـــل إلـــى أحـــد النظريـــات المقترحـــة مـــن قِبـــل كاســـترس-مـــوور [13] ولتبيـــين أن مقترحهمـــا لـــيس إلا تجـــزيء أخـــر حســـب مرجعيـــة مختلفـــة وبهـــذا الشـــرط المعمـــول هنـــا. الســـبب الثـــاني أن هـــذا الشـــرط ســـيمثل تحقيـــق شـــرط قـــانون التبـــادل علـــى المكثـــف والـــذي يـــنص علـــى أن الجهـــد علـــى المكثـــف هـــو دالـــة زمنيـــة متصـــلة، ولا يمكـــن أن ينقطـــع بـــأي حـــال مـــن الأحـــوال لحظيـــاً. إذاً هـــذا الفـــرض هـــو حقيقـــي فـــي حالـــة وجـــود ســـعة كهربائيـــة بـــين النقطتـــين قيـــد الاختبـــار (وهـــو دائمـــاً متحقـــق فـــي الشـــبكات الكهربائية). بما سبق [3، 4] نحسب المعاملات كالآتي:

$$\lambda_{31} = -\frac{\langle i|v\rangle}{\langle v|v\rangle} = -\frac{P}{V^2}, \lambda_{32} = -\frac{\langle i|\hat{v}\rangle}{\langle \hat{v}|\hat{v}\rangle} = \frac{\omega.Q_I}{\hat{V}^2}$$

ولنرمز للقدرة:

$$Q_I = -\frac{\langle i|\hat{v}\rangle}{\omega} \quad (15)$$

هذه القدرة هي القدرة التي أعطاه إلوفيتشي [5]، ويمكن الآن تجزيء التيار الى ثلاث مركبات متعامدة كما يلي:

$$i = \frac{P}{V^2}\, v - \frac{\omega.Q_I}{\hat{V}^2}\, \hat{v} + i_r \quad (16)$$

بإستعمال الرموز الآتية؛ نجد أنه التيار المقترح الذي قدماه كوسترس-موور [8].

$$i = i_a + i_{qC} + i_{qCr} \quad (17)$$

حيث:

$$i_{qC} = -\frac{\omega.Q_I}{\hat{V}^2}\, \hat{v},\ i_{qCr} = i_r \quad (18)$$

حيـــث i_{qC} هـــو المركبـــة الســـعوية لتيـــار كوســـتارس-مـــوور والتســـمية لهمـــا. وهنـــا يجـــب أن لا يمـــر علـــى القـــاريء الكـــريم ملاحظـــة تســـميتهما للتيـــار مـــع الفـــرض الـــذي تـــم عملـــه بخصـــو ص قانون التبادل بالنسبة للمكثف. حيث أن المركبات متعامدة إذاً صحيح:

$$I^2 = I_a^2 + I_{qC}^2 + I_{qCr}^2 \quad (19)$$

بضرب طرف المعادلة في مربع الجهد تنتج حالاً معادلة القدرة حسب كوسترس-موور:

$$S^2 = P^2 + Q_{qC}^2 + Q_{qCr}^2 \quad (20)$$

لمقارنة هذه المعادلة مع مثيلتها التي سنتحصل عليها بتحليل الجهد بالنسبة للتيار دعنا نرمز لها كالآتي:

$$S^2 = P^2 + Q_{hi}^2 + Q_{ir}^2 \qquad (21)$$

حيث حرف ***i*** يرمز إلى تجزئة التيار:

$$Q_{hi} = \omega\, Q_I \,\frac{V}{\hat{V}} \qquad (22)$$

والقدرة Q_{ir} هي باقي التجزيء.

7. تجزيء مضاعف لمنحنى الجهد حسب منحنى التيار وتفاضل منحنى التيار

بالمثل كما في النقطة الخامسة نستطيع تجزئة الجهد بالنسبة للتيار وتفاضله:

$$f_1 = x_1 = i\,,\;\; x_2 = \hat{\imath}\,,\;\; x_3 = v$$

لنفرض هنا أيضاً أن الضرب القياسي لموجة التيار ولموجة تفاضل التيار يساوي صفراً، أي أن الموجتين متعامدتين. ما نكتبه على الشكل:

$$\langle \hat{\imath} | i \rangle = 0 \;\rightarrow\; \lambda_{21} = 0$$

الفرض سيمثل تحقيق شرط قانون التبادل في الملف، والذي ينص على أن التيار المار عبر الملف هو دالة زمنية متصلة، ولا يمكن أن ينقطع بأي حال من الأحوال لحظياً. إذاً هذا الفرض هو حقيقي في حالة وجود حثية مغناطيسية لتوصيلات الدائرة قيد الاختبار (وهو دائماً متحقق في الشبكات الكهربائية). نحسب المعاملات كالآتي [3، 4]:

$$\lambda_{31} = -\frac{\langle i|v\rangle}{\langle i|i\rangle} = -\frac{P}{I^2}\,,\; \lambda_{32} = -\frac{\langle v|\hat{\imath}\rangle}{\langle \hat{\imath}|\hat{\imath}\rangle} = -\frac{\omega.Q_I}{\hat{I}^2}$$

وكما سبق تحصلنا على القدرة التي أعطاه إلوفيتشي [15] مع ملاحظة انعكاس الإشارة لتغير التفاضل من الجهد إلى التيار.

$$Q_I = \frac{\langle v|\hat{\imath}\rangle}{\omega} \qquad (23)$$

ويمكن الآن تجزيء الجهد إلى ثلاث مركبات متعامدة كما يلي:

$$v = \frac{P}{I^2}\, i + \frac{\omega.Q_I}{\hat{I}^2}\, \hat{\imath} + v_r \qquad (24)$$

ومن شرط التعامد ينتج أن:

$$V^2 = \frac{P^2}{I^2} + \frac{\omega^2.Q_I^2}{\hat{I}^2} + V_r^2 \qquad (25)$$

وبضرب طرفي المعادلة (25) في مربع القيمة الفعالة للتيار:

$$S^2 = \mathrm{P}^2 + \left(\omega \mathrm{Q}_{\mathrm{I}} \frac{\mathrm{I}}{\hat{\mathrm{I}}}\right)^2 + \mathrm{Q}_{\mathrm{vr}}^2 \tag{26}$$

ونتحصل على معادلة القدرة:

$$\mathrm{S}^2 = \mathrm{P}^2 + \mathrm{Q}_{hu}^2 + \mathrm{Q}_{\mathrm{ur}}^2 \tag{27}$$

حيث:

$$Q_{hv} = \omega \mathrm{Q}_{\mathrm{I}} \frac{\mathrm{I}}{\hat{\mathrm{I}}} \tag{28}$$

والقدرة Q_{vr} هي باقي التجزيء. وصحيح دائماً:

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{F}}^2 = \mathrm{Q}_{hu}^2 + \mathrm{Q}_{\mathrm{ur}}^2 = \mathrm{Q}_{\mathrm{hi}}^2 + \mathrm{Q}_{\mathrm{ir}}^2 \tag{29}$$

والسؤال هل القدرات الناتجة بواسطة تحليل التيار تتطابق مع مثيلتها الناتجة عن تحليل الجهد!؟. الإجابة نعم إذا تحقق الشرط المذكور أدناه [30] والذي ينص على تساوي حاصل ضرب القيمة الفعالة للجهد والقيمة الفعالة لتفاضل التيار مع حاصل ضرب القيمة الفعالة للتيار والقيمة الفعالة لتفاضل الجهد؛ ما نكتبه كما يلي:

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{h}} = \mathrm{Q}_{\mathrm{hu}} = \mathrm{Q}_{\mathrm{hi}} \iff \mathrm{V}\hat{\mathrm{I}} = \hat{\mathrm{V}}\,\mathrm{I} \tag{30}$$

وجود هذا الشرط يدل بشكل واضح على أن هذه التعريفات المختلفة للقدرة الكهربائية قد تتضارب في حالات وقد تتفق في أخرى. استنباطها بالتحليل الرياضياتي يُبين متى تتفق ومتى تختلف [30]، غيره سيكون عبارة عن "ضربات حظ" قد تصدق في حالات وقد تخطئْ. مع أن هذا بديهي ولكن مهم التذكير به لأن الكثير من الطعون تقدم في شكل حالات على الدوائر الكهربائية، كما فعلنا مع الدائرة في الشكل (1). هذا الأسلوب جيد و واضح ولكنه يبقى قاصراً عن حصر كل الإحتمالات والشروط التي يضمنها التحليل الرياضياتي.

8. الإستنتاج

في هذه الورقة البحثية تم تقديم تعريفات مختلفة للقدرة الغير فعالة؛ لفريزيه وإلوفيتشي وكوسترس-موور، وهذه تعريفات تم تقديمها في النطاق الزمني. ومع أنها قُدمت كمقترحات وبدائل إلا أنه تم الربط بينهما بطريقة منهجية تعتمد على استعمال آلية رياضياتية لتجزئة الدوال الى مجموعة الدوال المتعامدة باستعمال عملية غرام-شميت للتحوير العمودي. من التحليلات الواردة في الورقة يتضح بشكل بيّن أن هذه التعريفات ليس دائماً لها معنى فيزيائي بل وقد يتغير تفسيرها حسب طريقة التحليل. التحليلات المقدمة في هذه الورقة تعتبر أساساً للمقارنة مع النظريات التي تم تعريفها في النطاق الترددي وكذلك لتلك التي تم اقتراحها للدوائر ثلاثية الطور.

9. المراجع:

1. IEEE Std 1459-2010, (2010): *Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions*; IEEE, New York.
2. Budeanu C. I. (1927): *Puissances reactives et fictives*” Inst. Romain de l’Energie, Bucharest.
3. Fryze S. (1932): *Moc rzeczywista, urojona i pozorna w obwodach elektrycznych o przebiegach odkształconych prądu i napięcia*, Przegląd Elektrotechniczny 1931, nr 7, str. 193-203; nr 8, str. 225-234; nr 22, str. 673-676.
4. Akagi H., Kanazawa Y., Nabae A. Fujita K. (1983): *Generalized theory of the instantaneous reactive power and its application*, Electrical Engineering in Japan, Vol. 103, No. 4, pp. 58-65.
5. [5] Illovici M. A. (1925): *Definition et mesure de la puissance et de l’energie reactives*. Bull Soc. Franc. Electriciens.
6. Hashad M., Mindykowski J. (2008): *New algorithm for estimation of correctness of active and reactive power distribution among generation sets operating in parallel*. Przeglad Electrotechniczny, nr 11, pp. 285-289.

7. Hartman M. T., Hashad M. (2008): *The correlation functions of power as a new proposition to describe power states in circuits with periodical voltage and current waveforms*. Przeglad Electrotechniczny, nr 11, pp. 261-264.
8. Kusters N. L., Moore W. J. M. (1980): *On the definition of reactive power under non-sinusoidal conditions*. IEEE Trans. On Power Appl. systems.
9. Czarnecki L. (2005): *Currents' Physical Components (CPC) in Circuits with No-sinusoidal Voltage and Currents*. No. 2005. Electrical Power Quality and Utilisation, Journal No. 2.
10. Shepherd W., Zakikhani P. (1972): *Suggested definition of reactive power for nonsinusoidal systems*, Proc. IEE, Vol. 119, No. 9, pp. 1361-1362, September 1972.
11. Fryze S. (1966): *Wybrane zagadnienia teoretycznych podstaw elektrotechniki*, PWN, Warszawa – Wrocław.
12. Czarnecki L. S. (2000): *Harmonics and power phenomena", Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., Supplement 1, pp. 195-218.
13. Czarnecki L.: *Moce i kompensacja w obwodach z okresowymi przebiegami prądu i napięcia. Jakość Użytkowania Energii Elektrycznej* 1997-2001. Część 1- 8 .
14. Czarnecki L. S. (1994): *Dynamic, power quality oriented approach to theory and compensation of asymmetrical systems under nonsinusoidal conditions*, Europ. Trans. Electr. Power, 5, pp. 347-358, ETEP 1994.
15. Hashad M., (2007): *Teoria mocy w obwodach elektrycznych - ortogonalizacja przebiegów. Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Gdyni*, nr57 pp 22-35.
16. Czarnecki L. S. (1987): *What is wrong with the Budeanu concept of reactive and distortion power and why it should be abandoned*, IEEE Trans. Instrum. Meas., Vol. 36, pp. 834-837, Sept. 1987.

17. Czarnecki L. S. (2003): *Comparison of instantaneous reactive power p-q theory with theory of the current's physical components*, Archiv für Elektrotechnik, Vol. 85, No. 1, pp.21-28, February 2003.
18. Nomiejski Z. (1981): *Generalized Theory of Electric Power,* Archiv für Electrotechnik, 63:177-182, May 1981.